

1. Найдите в явном виде натуральное число, заданное выражением $\sqrt{7 + 2\sqrt{10}}(\sqrt{5} - \sqrt{2})$.

2. Найдите максимальное значение функции $\log_{1/3}(x^2 + 10x + 34)$.

3. Найдите все положительные x , удовлетворяющие неравенству $x^{-7x+5} < x^{-4}$.

4. Решите уравнение $\cos^2 x + \sqrt{2} |\cos x| \sin\left(\frac{5x}{2} - \frac{\pi}{8}\right) + \frac{1}{2} = 0$.

5. Окружности Ω_1 и Ω_2 с центрами в точках O_1 и O_2 касаются внешним образом в точке A . Общая внешняя касательная к этим окружностям касается Ω_1 в точке B и пересекает в точке C общую касательную этих окружностей, проходящую через точку A . Прямая, делящая угол ACO_1 пополам, пересекает прямые O_1O_2 и BO_1 в точках L и D соответственно. Найдите LO_1 , если известно, что $CO_2 = 2$, а прямые CO_2 и DO_2 перпендикулярны.

6. Найдите все x, y на интервале $(0, \frac{\pi}{2})$, удовлетворяющие системе уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{\sin^3 x} + \frac{1}{\cos^3 y} = 54 \\ \operatorname{ctg}^2 x + \operatorname{tg}^2 y = 16 \end{cases}$$

7. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 1. Высота призмы равна $\sqrt{3}$. Найдите расстояние между большой диагональю призмы и скрещивающейся с ней диагональю боковой грани.

8. Пусть

$$\begin{aligned} f(x, y) &= \sqrt{-6x^2 - 11y^2 - 16xy + 5} + y, \\ g(x, y) &= -\sqrt{-6x^2 - 11y^2 - 16xy + 5} + y. \end{aligned}$$

Найдите все значения, которые может принимать хотя бы одна из этих функций.